

基于特征驱动的双向耦合扩散 方程的图像去噪和边缘锐化

付树军^{1,2}, 阮秋琦², 王文洽¹

(1. 山东大学 数学与系统科学学院, 山东 济南 250100; 2. 北京交通大学 信息科学研究所, 北京 100044)

摘要:提出了一个新的能够同时去除图像噪声和锐化边缘的扩散方程模型。根据图像特征,例如边缘,纹理和局部细节,这个特征驱动的双向耦合扩散模型沿着等照度线(边缘)的梯度方向从前向扩散转变为后向(逆)扩散;而相反地沿切线方向实施前向扩散。为了消除前向力和后向力之间的冲突,将扩散方程分裂为一种耦合的形式;同时为了保持图像特征,利用图像的方向导数局部地调整非线性扩散系数。实验结果显示,本文算法能够在去除图像噪声的同时,有力地增强图像的特征。

关键词: 图像增强; 边缘锐化; 双向扩散; 反向扩散; 各向异性扩散; 冲击滤波器; 分裂耦合; 方向导数

中图分类号: TP391.41 **文献标识码:** A

Feature-oriented coupled bidirectional flow equation for image denoising and edge sharpening

FU Shu-jun^{1,2}, RUAN Qiu-qi², WANG Wen-qia¹

(1. School of Mathematics and System Science, Shandong University, Jinan 250100, China;

2. Institute of Information Science, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: A new type of diffusion process simultaneously denoising and sharpening images was considered. According to the image features such as edges, textures, and fine parts, the feature-oriented coupled bidirectional flow process could switch from a forward diffusion to a backward (inverse) one along the normal directions to the isophote lines (edges), while a forward diffusion was performed along the tangent directions. To eliminate the conflict between the backward and the forward force, the diffusion process was splitted into a coupled scheme. In order to enhance image features, the nonlinear diffusion coefficients were locally adjusted according to the directional derivatives of the image. Experimental results demonstrate that the algorithm can substantially enhance features on denoising smoother areas of the image.

Key words: image enhancement; edge sharpening; bidirectional diffusion; inverse flow; anisotropic diffusion; shock filter; splitting and coupling; directional derivatives

收稿日期: 2005-11-12; 修订日期: 2006-01-18.

基金项目: 国家自然科学基金(No. 60472033); 铁道部铁路信息科学和工程重点实验室项目(No. TDXX0510); 北京交通大学优秀博士生科技创新基金(No. 48007)。

1 引言

图像去噪和增强是图像处理和计算机视觉中重要的研究内容。大量的工程 and 实际应用常常依赖于这些图像处理的结果。这里的一个重要挑战是,在图像去噪的过程中保持并增强重要的图像特征,对于一幅图像来说,边缘是它的最普遍而重要的特征^[1-2]。

一个广泛采用的消除图像噪声的方法是高斯滤波(Gaussian Smoothing, GS),即用一个高斯函数同图像函数做卷积来平滑图像,然而高斯算子是各向同性的,高斯平滑在任意方向进行,因而它模糊了图像边缘。

在过去的十几年中,尺度空间理论和偏微分方程技术在信号和图像处理中得到了大量的应用^[3-6]。实际上,在该领域中广泛采用的热传导方程类的扩散处理等价于高斯平滑。这种线性的尺度空间方法的一个主要缺点是它对于局部图像特征和噪声的一致滤波。P. Perona 和 J. Malik^[7]注意到了这样的问题,他们提出了一个非线性各向异性扩散(Anisotropic Diffusion, AD)滤波器:扩散处理以一个方向变化的扩散率进行,以保持图像的奇异性,例如阶梯跳跃,边缘和图像中的细线等。之后,非线性各向异性扩散被广泛地应用于图像去噪,增强和边缘锐化,并不断有一些新的技术来进一步充实和提高这个方向上的研究^[8-13]。

然而,上述扩散处理主要基于一个前向扩散形式(扩散系数为正)。本文通过加入一个反向扩散(扩散系数为负)而提出一个统一的双向扩散框架,并将其应用于图像去噪和边缘锐化。为了消除前向力和后向力之间的冲突,本文将扩散方程分裂为一种耦合的形式;同时,为了增强图像特征,还利用图像的方向导数适当地设计非线性扩散系数。最后,成功实现了这个方法,并应用于真实图像的实验。

2 统一的双向扩散

P. Perona 和 J. Malik 对于保持边缘的图像去噪作出了重要的贡献,他们提出了各向异性扩散方程代替热传导方程,并用于图像去噪和增

强:图像 $u(x, y, t) : \Omega \times [0, +\infty) \rightarrow R$ 的灰度值按照以下方程扩散:

$$\frac{\partial u(x, y, t)}{\partial t} = \text{div}(g(|\nabla u(x, y, t)|) \nabla u(x, y, t)), \quad (1)$$

其中标量扩散系数 $g(|\nabla u|)$ 被选择为一个非增函数,控制扩散方程的行为。一个典型的选择是:

$$g(|\nabla u|) = 1/(1 + (|\nabla u|/K)^2), \quad (2)$$

这里 K 是一个梯度阈值。通过展开散度项,方程(1)可以表示为梯度方向(\bar{n})上的二阶导数项和与它正交的切线方向(\bar{t})上的二阶导数项的和(参见图 1):

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= (g'(|\nabla u|)|\nabla u| + g(|\nabla u|))u_{nn} + g(|\nabla u|)u_{tt} \\ u_{nn} &= (u_{xx}^2 + u_{yy}^2 + 2u_x u_y u_{xy})/|\nabla u|^2 \\ u_{tt} &= (u_x^2 u_{yy} + u_y^2 u_{xx} - 2u_x u_y u_{xy})/|\nabla u|^2, \end{aligned} \quad (3)$$

经过 AD 处理得到了较好的结果,这在低水平视觉中大量地应用偏微分方程的思想和方法铺平了道路。

L. Alvarez 和 L. Mazorra^[14]提出了另一个基于偏微分方程的图像增强算法,它将各向异性扩散滤波器和 S. J. Osher 和 L. I. Rudin^[15]提出的冲击滤波器(Shock Filter, SF)联结起来,形成了以下形式的方程(Anisotropic Diffusion with Shock Filter, ADSF):

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\text{sign}(G_\sigma * u_m)|\nabla u| + cu_n, \quad (4)$$

这里 G_σ 是一个标准差为 σ 的高斯函数, c 是一个正的常数。上述方程右边的第一项产生了一个逼近于分片常数区域的解,这些分片常数区域被一种冲击力分离开来,这种冲击力是由沿着梯度方向 \bar{n} 被平滑的图像的二阶方向导数的零交叉点所形成的。上述方程右边的第二项是沿着等值线 \bar{t} 的各向异性扩散。

注意到下面的等式:

$$\text{sign}(s) = s/|s|, s \neq 0, \quad (5)$$

提出一个统一的双向扩散(BiDirectional Flow, BDF)方程,它包含了以上方程(1)~(4):

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha(-c_n(u_n, u_{nn}, u_{tt})u_{nn}) + \beta(c_t(u_n, u_{nn}, u_{tt})u_{tt}), \quad (6)$$

这里 α, β 是反向和正向扩散控制系数, $c_n(s)$ 和

$c_i(s)$ 是带有参数的扩散系数,它们需要适当地设计,使得在去除图像噪声时保持图像的特征,例如边缘、角点和细节,下面会讨论这个问题。

针对不同的图像区域,希望在各向同性区域实施各向同性扩散;而在边缘和局部细节区域实施各向异性扩散:沿着边缘的法线方向反向扩散,沿着边缘的切线方向正向扩散。总之,需要两个相反的扩散力同时作用于图像:一个力是反向力,沿着方向 \bar{n} 锐化边缘;另一个力是正向力,沿着方向 \bar{t} 抑制人工锯齿、振荡和噪声以平滑轮廓。

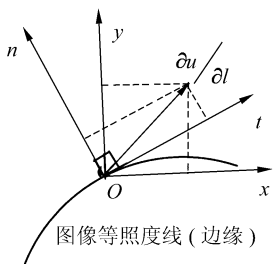


图1 方向导数的分解

Fig. 1 Decomposition of directional derivative

3 特征驱动的双向耦合扩散

根据被平滑的图像梯度幅值,将图像分为两个区域:大梯度部分(边缘和局部细节区域)和小梯度部分(各向同性区域)。对于大梯度部分,可用方程(6)增强和锐化。在方程(4)中,利用二阶方向导数的零交叉来判定边缘是一个二值决策过程。不幸的是,由此获得的图像结果是一个虚假的分片常数图像,它的纹理和细节丢失了(参见图2)。利用双曲正切函数 $\text{th}(s)$ 来代替符号函数 $\text{sign}(s)$,在边缘中心两侧柔和地控制图像的灰度值变化,而对于小梯度部分,可用各向同性扩散方程增强。

基于前面的讨论,当迭代地实现方程(6)时,发现在一个方程中后向力和前向力会相互抵消。因此,可将方程(6)分裂为两个方程,并提出如下随时间迭代的双向耦合扩散(Coupled Bi-Directional Flow, CBDF)格式:

$$\begin{cases} v^0 = u^0, \omega = G_\sigma * u \\ v^{n+1} = u^n + \Delta t L_n^n(u^n) \\ u^{n+1} = v^{n+1} + \Delta t L_t^n(v^{n+1}) \end{cases}$$

$$L_n(u) = \begin{cases} \alpha(-c_n \text{th}(lw_{nn})), \omega_n > Th \\ \Delta u, \text{其它} \end{cases}, \quad (7)$$

$$L_t(v) = \begin{cases} \beta(c_t v_n), \omega_n > Th \\ 0, \text{其它} \end{cases}$$

带有诺曼边界条件。这里 u^0 是原始图像, Δt 是时间步长, Th 是梯度阈值。迭代计算图像序列 $u^0 \rightarrow v^0 \rightarrow v^1 \rightarrow u^1 \rightarrow v^2 \rightarrow u^2 \rightarrow L$, 最终得到被增强的图像。

同时,在实验中还发现边缘上会出现过冲或振铃效应,因此,只利用梯度信息决定扩散速度 c_n 并不可行。因为反向扩散意味着“流动远离于局部均值”—这表现为随着迭代时间的增加,图像的灰度值在过冲点以越来越大的速度增加,因此这里利用二阶导数信息来抑制过冲现象:

$$c_n = |u_n| / (1 + l_1 u_m^2), \quad (8)$$

而且,还可以看到沿着切线方向,在角点 u_n 的值比在边缘点大很多,于是为了保持图像角点和小的细节等图像特征,把二阶导数信息加入到 c_t 以阻止对于角点的过度平滑:

$$c_t = 1 / (1 + l_2 u_n^2), \quad (9)$$

4 实验结果

本文利用中心差分的显式欧拉方法实现数值计算,而且实验了很多图像来验证本文的算法。这里选取摄影师(Cameraman)图像进行实验(如图2所示)。将CBDF与不同的图像增强算法进行比较:GS, AD, ADSF和BDF,模型参数选取为:GS, 5×5 模板, $\sigma = 2$; AD, $K = 9$; ADSF, $c = 2$; BDF和CBDF, $[l, l_1, l_2] = [200, 7.7 \times 10^{-4}, 2.3 \times 10^{-4}]$, $[\alpha, \beta] = [1.5, 1]$, $Th = 20$ 。所有的参数已经过优化以获得最好的结果。

在图2中,(a)是原始的有噪模糊图像,(b)~(f)分别是利用GS, AD, ADSF, BDF和CBDF几种方法处理得到的结果。可以看出,高斯平滑产生了非常模糊的边缘。AD方法能够较好地去除图像噪声,特别是在比较平坦的区域,但是由于它本身带有的不适当的扩散系数,它的边缘锐化能力不是很强,仍然产生了模糊的边缘;同时,因为它的扩散系数不具有保持图像特征的机制即重要的图像特征,例如细节,角点和纹理被平滑掉了。ADSF产生了锐利的边缘,但是由于在平坦区域它只在一个方向上实施平滑,不能



(a)原始的有噪模糊图像
(a) Noisy blurred image



(b)GS
(b)GS



(c)AD
(c)AD



(d)ADSF
(d)ADSF



(e)BDF
(e)BDF



(f)CBDF
(f)CBDF

图 2 摄影师图像的去噪和边缘锐化

Fig. 2 CBDF processing of Cameraman image compared with others

很好地去除噪声；而且它的二值决策处理导致了一个虚假的分片常数图像—由于在不同图像区域之间存在不连续的过渡，它看起来是不自然的。BDF 和 CBDF 在平坦的区域能够较好地去噪；同时它们的边缘锐化能力同 ADSF 一样优异，而且利用双曲正切函数控制图像的扩散处理，在不同图像区域之间产生了自然的过渡。不同的是，CBDF 利用分裂格式产生了更加尖锐的边缘。总之，利用提出的 CBDF 方法增强图像得到了最好的视觉效果：在去除图像噪声的同时，增强了图像的大多数特征，不同图像区域之间过渡自然，产生了令人满意的锐利的边缘和平滑的轮廓。

5 结 论

本文提出了一种特征驱动的双向耦合扩散方法。图像实验清晰地显示了本文算法中柔和的边缘判决，分裂耦合格式和基于图像特征的扩散系

数等处理和操作的优越性。本文方法不但能够很好地去除图像噪声,而且能够有效地锐化边缘和平滑图像轮廓。由于保持并增强了图像特征,例

如边缘,角点和在不同图像区域之间过渡自然的图像纹理,同其它相关的偏微分方程模型相比,本文方法产生了更加令人满意的视觉结果。

参考文献:

- [1] 吴晓波. 图像边缘特征分析[J]. 光学精密工程, 1999, 7(1): 59-63.
WU X B. Analyzing of the characteristic of image edge [J]. *Optics and Precision Engineering*, 1999, 7(1): 59-63. (in Chinese)
- [2] 林晓梅, 李琳娜, 牛刚, 等. 基于小波边缘检测的图像去噪方法[J]. 光学精密工程, 2004, 12(1): 88-93.
LIN X M, LI L N, NIU G, *et al.* Image denoising based on wavelet edge detection [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2004, 12(1): 88-93. (in Chinese)
- [3] AUBERT G, KORNPROBST P. *Mathematical problems in image processing: partial differential equations and the calculus of variations* [M]. Applied Mathematical Sciences, Springer-Verlag, 2001.
- [4] SAPIRO G. *Geometric partial differential equations and image processing* [M]. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2001.
- [5] TSCHUMPERLE D. *PDE's based regularization of multivalued images and applications* [D]. PhD thesis, Universite de Nice-Sophia Antipolis, France, 2002.
- [6] TSCHUMPERLE D, DERICHE R. Vector-valued image regularization with PDEs: A common framework for different applications[C]. *Proc. IEEE CVPR*, 2003.
- [7] PERONA P, MALIK J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion [J]. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 1990, 12(7): 629-639.
- [8] CATTE F, LIONS P L, MOREL J M. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion [J]. *SIAM J. Numer. Anal.*, 1992, 29(1): 182-193.
- [9] ALVAREZ L, LIONS P L, MOREL J M. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion [J]. *SIAM J. Numer. Anal.*, 1992, 29(3): 845-866.
- [10] RUDIN L, OSHER S, FATEMI E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms [J]. *Phys. D*, 1992, 60: 259-268.
- [11] YOU Y L, KAVEH M. Fourth-order partial differential equations for noise removal [J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 2000, 9: 1723-1730.
- [12] KORNPROBST P, DERICHE R, AUBERT G. Image coupling, restoration and enhancement via PDEs(A). Proceedings of the international conference on image processing [C]. Santa-Barbara (USA), 1997: 458-461.
- [13] WEICKERT J. Coherence-enhancing diffusion of color images [J]. *Image Vis. Comput.*, 1999, 17: 199-210.
- [14] ALVAREZ L, MAZORRA L. Signal and image restoration using shock filters and anisotropic diffusion [J]. *SIAM J. Numer. Anal.*, 1994, 31(2): 590-605.
- [15] OSHER S J, RUDIN L I. Feature-oriented image enhancement using shock filters [J]. *SIAM J. Numer. Anal.*, 1990, 27: 919-940.

作者简介:付树军(1968—),男,山东济南人,山东大学数学与系统科学学院讲师,北京交通大学信息科学研究所在读博士研究生,研究方向为图像处理,偏微分方程,小波分析;Email:shujunfu@163.com

阮秋琦(1944—),男,北京交通大学信息科学研究所所长,教授,博士生导师,研究方向为图像处理,视频编码,计算机视觉,虚拟现实;

王文治(1950—),男,山东大学数学与系统与系统科学学院教授,博士生导师,研究方向为偏微分方程数值解,油水资源数值方法。